

Mercado de Opções no Brasil é Eficiente? Um Estudo a partir da Estratégia Delta-Gama-Neutra com Opções da Petrobras

Gustavo Silva Araujo e Ricardo Alves Carmo Ribeiro

Junho, 2016

Trabalhos para Discussão



441

ISSN 1519-1028
CGC 00.038.166/0001-05

Trabalhos para Discussão	Brasília	n° 441	Junho	2016	p. 1-23
--------------------------	----------	--------	-------	------	---------

Trabalhos para Discussão

Editado pelo Departamento de Estudos e Pesquisas (Depep) – *E-mail*: workingpaper@bcb.gov.br

Editor-chefe: Francisco Marcos Rodrigues Figueiredo – *E-mail*: francisco-marcos.figueiredo@bcb.gov.br

Coeditor: João Barata Ribeiro Blanco Barroso – *E-mail*: joao.barroso@bcb.gov.br

Assistente Editorial: Jane Sofia Moita – *E-mail*: jane.sofia@bcb.gov.br

Chefe do Depep: Eduardo José Araújo Lima – *E-mail*: eduardo.lima@bcb.gov.br

Todos os Trabalhos para Discussão do Banco Central do Brasil são avaliados em processo de *double blind referee*.

Reprodução permitida somente se a fonte for citada como: Trabalhos para Discussão nº 441.

Autorizado por Altamir Lopes, Diretor de Política Econômica.

Controle Geral de Publicações

Banco Central do Brasil

Comun/Dipiv/Coivi

SBS – Quadra 3 – Bloco B – Edifício-Sede – 14º andar

Caixa Postal 8.670

70074-900 Brasília – DF

Telefones: (61) 3414-3710 e 3414-3565

Fax: (61) 3414-1898

E-mail: editor@bcb.gov.br

As opiniões expressas neste trabalho são exclusivamente do(s) autor(es) e não refletem, necessariamente, a visão do Banco Central do Brasil.

Ainda que este artigo represente trabalho preliminar, citação da fonte é requerida mesmo quando reproduzido parcialmente.

The views expressed in this work are those of the authors and do not necessarily reflect those of the Banco Central or its members.

Although these Working Papers often represent preliminary work, citation of source is required when used or reproduced.

Divisão de Atendimento ao Cidadão

Banco Central do Brasil

Deati/Diate

SBS – Quadra 3 – Bloco B – Edifício-Sede – 2º subsolo

70074-900 Brasília – DF

DDG: 0800 9792345

Fax: (61) 3414-2553

Internet: <http://www.bcb.gov.br/?FALECONOSCO>

O Mercado de Opções no Brasil é Eficiente? Um Estudo a partir da Estratégia Delta-Gama-Neutra com Opções da Petrobras*

Gustavo Silva Araujo[†]
Ricardo Alves Carmo Ribeiro[‡]

Resumo

Este Trabalho para Discussão não deve ser citado como representando as opiniões do Banco Central do Brasil. As opiniões expressas neste trabalho são exclusivamente dos autores e não refletem, necessariamente, a visão do Banco Central do Brasil.

Este trabalho tem como objetivo verificar se o mercado de opções da Petrobras é eficiente em sua forma fraca. Para isso, tenta-se obter lucro sistematicamente por meio da estratégia Delta-Gama-Neutra utilizando a ação preferencial da empresa e suas opções de compra. Para se simular a estratégia tal como ela seria empregada no mundo real, construímos os livros de ofertas a cada cinco minutos considerando todas as ordens de compra e venda enviadas tanto para o ativo-objeto quanto para as opções. A estratégia é realizada quando observamos distorções entre as volatilidades implícitas extraídas das opções. Os resultados mostram que há evidências de que o mercado de opções de Petrobras não é eficiente, uma vez que em 371 operações de day-trade realizadas, com investimento médio de R\$81 mil e tempo médio de uma hora e treze minutos, o retorno médio foi de 0,49% – o que corresponde a mais de 1600% do maior CDI-over do período –, sendo que 85% das estratégias foram lucrativas.

Palavras-chave: Opções, Eficiência de Mercado, Volatilidade Implícita, Estratégia Delta-Gama-Neutra.

Classificação JEL: G13

* Agradecemos a Álvaro Villarino, Cláudio Barbedo, Carlos Heitor Campani, Lívio Cuzzi Maya, Gláucia Fernandes, José Valentim Vicente, Eduardo Araujo e Jorge Zubelli pelos comentários e sugestões.

[†] Banco Central do Brasil e IBMEC-RJ. E-mail: gustavo.araujo@bcb.gov.br

[‡] Mestre em Economia pela EPGE/FGV. E-mail: ricardoacrj@hotmail.com.br

1 - Introdução

Assim como nos países de mercados financeiros mais desenvolvidos, no mercado brasileiro também existem participantes que operam ao detectar distorções entre preços de opções. Essas distorções são observadas ao se comparar uma volatilidade implícita a uma opção, estimada por um modelo de apreçamento de opções, com a volatilidade estimada por um outro modelo, ou ao se comparar duas ou mais volatilidades implícitas. Entretanto, se participantes obtêm lucros sistemáticos com esse tipo de operação, o mercado de opções não é eficiente, conforme a definição de Fama (1970).

Este trabalho busca verificar se o mercado de opções de ações preferenciais emitidas pela Petrobras é ou não eficiente na forma fraca ao tentar auferir lucros observando distorções nos preços das opções de compra (*calls*). As possíveis distorções são detectadas ao se comparar as volatilidades implícitas às opções e uma volatilidade base, estimada pelo modelo EWMA¹. O modelo utilizado para a obtenção das volatilidades implícitas é o de Black & Scholes (B-S, Black & Scholes, 1973).

A estratégia utilizada é a delta-gama-neutra, que consiste em comprar *calls* relativamente baratas (com volatilidade implícita mais baixa), vender *calls* relativamente caras (com volatilidade implícita mais alta) de mesmo ativo-objeto e vencimento e, simultaneamente, comprar ou vender a ação em uma quantidade que faça com que as gregas delta e gama da estratégia valham zero². Se as volatilidades implícitas tenderem para um mesmo valor, será possível auferir lucro ao se sair da estratégia.

Dentre as variáveis utilizadas para se apreçar uma opção de ação, a volatilidade é a única que não é encontrada diretamente no mercado. Assim, argumentar que uma opção está mal apreçada é o mesmo que falar que a volatilidade empregada para apreçar essa opção não está correta. Utilizamos a estratégia delta-gama-neutra para tentar auferir lucros a partir das distorções das volatilidades (e, conseqüentemente, dos preços das opções), nos protegendo contra possíveis variações no preço do ativo-objeto (uma vez que o delta e o gama da estratégia são nulos). Sabe-se que ao realizar o *hedge* apenas no preço do ativo objeto, a estratégia ainda segue exposta a outros fatores além da volatilidade, como o tempo para o vencimento e a taxa de juros. Entretanto, a influência dessas variáveis dentro da estratégia tende a ser extremamente baixa, pois há operações em sentidos opostos nas opções (grande

¹ *Exponential weighted moving average*, também conhecido na literatura de econometria como *integrated GARCH* (1,1) – IGARCH (1,1) - com constante nula. Este modelo é muito utilizado no mercado financeiro. Ver, por exemplo, Riskmetrics™ (1996).

² O delta e o gama são as medidas de sensibilidade das opções, de primeira e segunda ordem, em relação ao preço do ativo-objeto.

parte do efeito gerado por uma das opções na estratégia é anulado pela outra) e as estratégias em nosso trabalho têm curta duração, uma vez que todas são *day-trades*³.

Com o intuito de simular situações totalmente reais de mercado, para que não restem dúvidas quanto ao sucesso/fracasso da estratégia, a base de dados utilizada contém todas as informações de ordens (de compra e de venda) enviadas e executadas durante o período de 10/2012 até 03/2013⁴. A partir dessa base, constrói-se o livro (*book* de ofertas) do ativo-objeto e de todas as opções a cada cinco minutos. O livro é composto pelos preços e pelas quantidades das ordens de compra e venda. A cada período de cinco minutos é verificada objetivamente se a distorção das volatilidades justifica a execução da estratégia. Por meio do livro de ofertas, utilizamos os preços *bid* sempre ao se vender um instrumento financeiro; e os preços *ask* sempre ao se comprar⁵. Também utilizamos os preços *bid* e *ask* no cálculo das volatilidades implícitas e das gregas delta e gama.

O modelo de B-S é o modelo de apreçamento de opções padrão entre os profissionais de mercado e sistemas de informação. Uma vez que todas as variáveis para o apreçamento são conhecidas, exceto a volatilidade, o modelo fornece uma forma simples de conectar a volatilidade do ativo-objeto ao preço da opção sobre esse ativo. Desse modo, ao se usar a fórmula de B-S, o mercado, em vez de negociar a opção diretamente pelo seu preço, muitas vezes a negocia em termos de volatilidade.

Entretanto, os profissionais não utilizam o modelo como ele foi originariamente desenvolvido. Se os profissionais pensassem que o modelo é correto, a volatilidade usada seria a mesma para todas as opções com mesmo ativo-objeto e vencimento (Rubinstein, 1994). O que se observa no mercado é que a volatilidade implícita é diferente para opções com diferentes preços de exercício, o que se denomina assimetria de volatilidade (*volatility skew*) ou sorriso da volatilidade (*volatility smile*)⁶. A Figura 1 mostra um exemplo de assimetria de volatilidade no mercado brasileiro de opções de compra de Petrobras PN no dia 26 de janeiro de 2016.

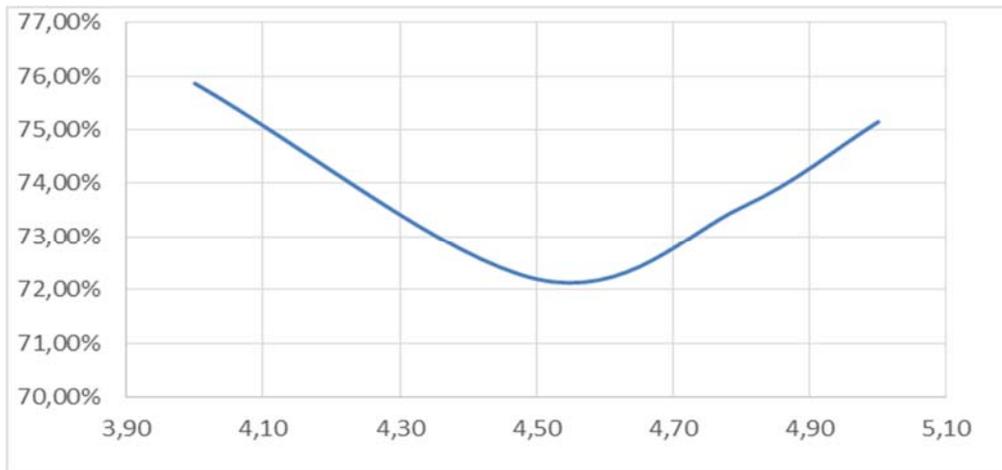
³ Particularmente, o impacto da grega teta é praticamente nulo devido ao pequeno prazo das estratégias utilizadas neste trabalho.

⁴ A partir de abril de 2013 houve uma mudança do *layout* do arquivo que contém as ordens gerado pela bolsa brasileira, o que inviabiliza a construção perfeita do *book* (mais detalhes na seção 2).

⁵ *Bid* é o nome em inglês referente ao maior preço das ofertas de compra do livro de ofertas, enquanto o *ask* se refere ao menor preço das ofertas de venda do *book*.

⁶ A expressão mais conhecida, sorriso da volatilidade (*volatility smile*), é usada quando o gráfico da volatilidade implícita proveniente da fórmula de B-S contra o preço de exercício tem formato de U (a volatilidade implícita é menor para opções no dinheiro (*at the money*) e fica progressivamente maior quando a opção se move para dentro-do-dinheiro (*in the money*) ou fora-do-dinheiro (*out of the money*)). Essa forma é mais observada para opções sobre moedas estrangeiras, mas às vezes também é encontrada também para opções sobre ações. Na maioria dos casos para opções sobre ações (principalmente no mercado americano), observa-se que a volatilidade implícita decresce quanto maior o preço de exercício.

Figura 1 – Assimetria de Volatilidade no Mercado de Opções de Compra de PETR4 às 14:30 do dia 26/01/2016



Nota: As opções utilizadas são PETRB21, PETRB55, PETRB26 e PETRB62, as opções mais negociadas no dia. As volatilidades implícitas foram calculadas pelo modelo de B-S com o preço médio entre as ofertas de compra e venda das opções e do ativo-objeto (PETR4). As volatilidades implícitas estão no eixo das ordenadas e os preços de exercício no eixo das abscissas

Há uma ampla literatura sobre os vieses sistemáticos associados ao modelo de B-S: o sub-apreçamento de opções fora-do-dinheiro (Black, 1975; Gultekin et al, 1982), o sub-apreçamento de opções de ações com baixa volatilidade (Gultekin et al, 1982; Whaley, 1982), o sub-apreçamento de opções com curto tempo para vencimento (Black, 1975; Whaley, 1982), e o formato de convexo do gráfico da curva de volatilidade implícita em relação ao preço de exercício (Rubinstein, 1985; Sheikh, 1991; Derman e Kani, 1994; Duan, 1996).

Como a volatilidade define o preço da opção, o ajuste no parâmetro volatilidade é uma forma de se contornar as imperfeições das hipóteses do modelo de B-S. O modelo pode ser errado ao se utilizar uma determinada volatilidade, mas pode gerar preços corretos se outra volatilidade é usada, mesmo se os pressupostos de B-S não são satisfeitos. Essa outra volatilidade pode ser diferente da volatilidade real. Os profissionais, ao variar a volatilidade no modelo de B-S com o preço de exercício, estão implicitamente atribuindo uma distribuição não-lognormal para os preços das ações (Derman e Kani, 1994)⁷. Normalmente, a assimetria de volatilidade gera uma distribuição de probabilidade implícita que fornece uma probabilidade maior para a cauda esquerda (maior probabilidade para observações extremas negativas) e menor para a cauda direita que a distribuição lognormal (o risco de

⁷ Uma das hipóteses de B-S é que os preços dos ativos têm distribuição log-normal.

desastres seria maior que o previsto pela distribuição log-normal)⁸. Além disso, a probabilidade implícita ao redor da média é maior.

Se o mercado de opções fosse eficiente, a assimetria de volatilidade atribuída a opções de mesmo ativo-objeto e vencimento faria com que não houvesse a possibilidade de ganhos sistemáticos. Portanto, o presente trabalho tenta responder a seguinte pergunta: será que existe alguma distorção na assimetria de volatilidade no mercado de opções de Petrobras?

Os resultados obtidos mostram que há evidências de que o mercado brasileiro de opções não é eficiente na forma fraca, uma vez que foi possível auferir lucros sistemáticos com a estratégia delta-gama-neutra. Ao considerar uma distância mínima entre as volatilidades de 20%, as 371 operações de *day-trade* realizadas, que possuem investimento médio de R\$81 mil e tempo médio de uma hora e treze minutos, tiveram um retorno médio foi de 0,49% – o que corresponde a 1600% do maior CDI-over do período –, sendo que 85% das estratégias foram lucrativas. Para outras distâncias mínimas utilizadas, o resultado foi semelhante.

Alguns artigos da literatura de opções são relacionados ao presente trabalho. Fuchs e Lemgruber (2001) testam, com uma base de dados diária, se o mercado de opções de Telebras PN (as opções mais líquidas no mercado brasileiro na época do estudo) era eficiente. Para realizar esse teste, eles simulam, constantemente, operações delta-neutras compradas ou vendidas em volatilidade. Os autores concluem que o mercado de opções de Telebras não era eficiente, uma vez que a estratégia apresentou ganhos sistemáticos. Barbedo e Lemgruber (2008) afirmam, para essas mesmas opções, que quando os *bid-asks* spreads são considerados, os lucros sistemáticos das estratégias com carteiras delta-neutras desaparecem. Nesses trabalhos o *hedge* realizado é apenas contra variações de 1ª ordem do ativo-objeto das opções, e a atualização das carteiras é frequente, diminuindo os rendimentos pela diferença entre o preço de compra e o preço de venda. Em nosso trabalho, ao realizarmos o *hedge* contra variações de 1ª e 2ª ordem do ativo, não temos a necessidade de atualizar as carteiras frequentemente (Raju, 2012). Outro problema desses trabalhos é que eles não utilizam dados intradiários, apenas dados de fechamento.

Ainda sobre carteiras delta-neutras, Figlewski (1989) trata dos problemas de se realizar esse tipo de operação. Uma das conclusões do autor é que a questão da indivisibilidade dos ativos afeta a razão do *hedge* da carteira (razão entre o número de opções e ações que compõem a carteira),

⁸ Ver, por exemplo, Gabaix (2012), Gourio (2012) e Wachter (2013) sobre modelos que incorporam risco de desastres para explicar a volatilidade dos preços de ações. Seo e Watcher (2015) explicam por que as volatilidades implícitas às opções dependem dos preços de exercício com um modelo de apreçamento com risco de desastre estocástico.

principalmente nos casos de o ativo-objeto ser caro ou das quantidades envolvidas na negociação serem pequenas. No presente trabalho, esse problema também existe e é considerado, uma vez que trabalhamos com o livro de ofertas efetivo. Outra conclusão de Figlewski (1989) é que os custos de transação comuns no mercado podem gerar “bandas” em torno dos preços, impossibilitando uma operação de arbitragem. Em nosso trabalho minimizamos esse problema ao utilizar a carteira delta-gama-neutra.

Ederington e Guan (2001) rejeitam a hipótese de que as volatilidades implícitas são constantes usando opções de futuros de S&P500. Os autores utilizam preços de fechamento de opções de compra e de opções de venda para calcular as volatilidades implícitas por meio do modelo de Black (1976) e montar carteiras delta-gama-neutras⁹. Os resultados mostram que investidores podem ter bastante lucro sem levar em conta os custos de transação, mas que manter a neutralidade do delta requer atualização frequente da carteira e esses custos acabam por absorver os lucros. No presente trabalho minimizamos este problema ao realizar apenas operações de *day-trade*. Os autores argumentam que nem toda a composição do *smile* de volatilidade deve ser atribuída a deficiências no modelo de Black.

Nosso trabalho contribui para a literatura de apreçamento de ativos ao mostrar que as opções de Petrobras no mercado brasileiro, apesar de extremamente líquidas, não estão corretamente apreçadas. Nesse sentido, o trabalho é semelhante ao de Ederington e Guan (2001), mas com duas grandes diferenças. A primeira consiste no fato de usarmos dados intradiários (preços e volumes) ao invés de somente preços de fechamento, o que torna o experimento bem mais próximo da realidade. A segunda reside no fato de utilizarmos somente operações *day-trade*, o que minimiza a obrigação de se alterar frequentemente a carteira para o *hedge* ser perfeito.

O artigo está organizado da seguinte forma. A Seção 2 descreve os dados utilizados, a metodologia do estudo e um exemplo de aplicações da estratégia. Na Seção 3 são apresentados os resultados e na Seção 4 oferecemos as nossas considerações finais.

2 – Amostra e Metodologia

A base de dados do trabalho é constituída pela ação Petrobras PN (PETR4) e suas respectivas opções, por terem bastante liquidez no período de estudo. Os arquivos que compõem a base de dados foram obtidos por meio do link FTP (“*File Transfer Protocol*”) da BM&FBovespa¹⁰. Utilizamos seis tipos diferentes de arquivos, quais sejam: (1) oferta de compra dos ativo-objeto (PETR4), (2) oferta de

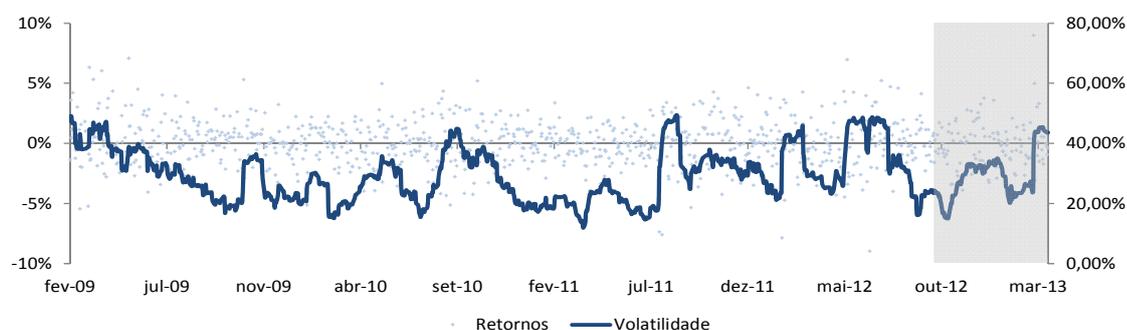
⁹ O modelo de Black é a versão do modelo de B-S utilizada para apreçar opções sobre futuros.

¹⁰ <ftp://ftp.bmf.com.br/marketdata>

venda dos ativo-objeto, (3) negócios realizados do ativo-objeto, (4) oferta de compra das opções, (5) oferta de venda das opções e (6) negócios realizados das opções. Entre as opções, trabalhamos apenas com *calls* com o vencimento mais próximo a cada data analisada^{11,12}.

Os arquivos referentes às ofertas têm dois diferentes tipos de *layouts*, sendo um deles até 31/03/2013 e o outro a partir de 01/04/2013. Essa alteração de *layout* ocultou as informações de ordens que haviam sido modificadas, o que é indispensável para a realização do trabalho¹³. Sendo assim, o estudo ficou restrito a informações anteriores a abril de 2013. Utilizamos como amostra os dados dos últimos seis meses disponíveis, de 01/10/2012 a 31/03/2013. A Figura 2 mostra que o período estudado apresenta uma volatilidade bem próxima da média histórica da PETR4.

Figura 2 – Retornos e Volatilidade Histórica da PETR4 - Período de Fevereiro/09 até Março/13



Nota: O eixo principal das ordenadas se refere aos retornos diários da PETR4 enquanto o secundário diz respeito à volatilidade anualizada do ativo, calculada como o desvio padrão amostral dos últimos 21 retornos diários de fechamento multiplicado pela raiz quadrada de 252 dias úteis. A área sombreada representa o período considerado neste trabalho.

A partir dos seis tipos de arquivos da base de dados, construímos os livros de ofertas (*books*) do ativo-objeto e das opções a fim de simular as operações Delta-Gama-Neutras. Poderíamos construir o livro a cada segundo, por exemplo. Entretanto, nossa amostra seria muito ampla e teríamos que diminuir a período estudado devido à grande exigência computacional. Optamos então por considerar o intervalo de cinco minutos para a construção do *book* de ofertas. Como o pregão da bolsa dura 7

¹¹ Como descrito em Raju (2012), a operação também é viável com as opções de venda (*puts*), porém elas não foram incluídas nesse trabalho porque, em geral, não tinham muita liquidez no mercado brasileiro no período de estudo.

¹² As opções com vencimento mais próximo normalmente são as que possuem maior liquidez.

¹³ Mais especificamente, as informações que foram retiradas são a “Data e hora da modificação da oferta” e “Número da oferta modificada”.

horas, cada dia da amostra possui 83 *books* (informações de preços e quantidades de compra e venda para a PETR4 e suas opções)¹⁴.

Para se chegar aos *books*, utilizamos as informações de ordens enviadas e de negócios. Os arquivos de ordens enviadas são classificadas como “aceitas”, “eliminadas”, “congeladas”, “canceladas”, “totalmente executadas”, “modificadas”, “disparadas”, “anuladas” e “rejeitadas”. Utilizamos, porém, apenas as ordens de classificação “aceitas”, “totalmente executadas” e “modificadas” para a construção dos livros de ofertas do ativo-objeto e de suas opções. Outro ponto importante trata da validade da ordem. Nosso estudo trabalha apenas com ordens de validade diária, ou seja, ordens que podem ficar abertas por mais de um dia foram desconsideradas¹⁵.

A maior parte das ordens enviadas para a bolsa são modificadas (em geral, diversas vezes). Assim, elas são consideradas com suas características iniciais (ativo, preço e quantidade) apenas até o momento da modificação. A partir daí, essa ordem com as propriedades iniciais deixa de existir, sendo substituída pela nova ordem (seja com a alteração de preço, seja com a alteração de quantidade).

Os arquivos de negócios também contam com três especificações: “negócio”, “negócio anulado” e “complemento de anulação”. Dessas, apenas os registros classificados como “negócio” influenciaram na construção dos livros de ofertas.

De posse, a cada cinco minutos, das informações das melhores ofertas de compra e de venda de PETR4 e de todas as suas *calls* para o próximo vencimento (e de suas respectivas quantidades), é necessário calcular duas volatilidades implícitas para cada opção - uma no caso do preço *bid* e uma no caso do preço *ask* - também a cada cinco minutos. Para o cálculo dessas volatilidades pelo modelo B-S são necessários: os valores das ofertas da opção (preço *bid* ou *ask*), o seu preço de exercício, o seu tempo para o vencimento, do CDI no dia (extraído do *website* da CETIP)^{16,17} e o preço do ativo-objeto (considerado como o valor médio entre seu *bid* e seu *ask* no exato momento em que se calcula a volatilidade implícita da opção).

Para avaliar se a operação deve ser realizada, falta apenas calcular a volatilidade EWMA¹⁸. Para tanto, são utilizados os preços históricos diários de fechamento do ativo-objeto, ajustados para

¹⁴ O primeiro *book* do dia é feito 5 minutos após o início do pregão e o último 5 minutos antes de seu término.

¹⁵ Essas simplificações apenas trazem mais restrições para a operação, ou seja, mais dificuldade para que a estratégia delta-gama-neutra seja bem sucedida.

¹⁶ www.cetip.com.br

¹⁷ A taxa que deveria ser utilizada como taxa de juros livre de risco em um modelo de apuração é a taxa prefixada até o vencimento da opção. Porém, como a diferença é pequena (já que as opções são de curto prazo), não há prejuízo em se utilizar o CDI.

¹⁸ Escolhemos o modelo EWMA para ser a volatilidade central dessa estratégia por ser uma metodologia de estimação de volatilidade bastante utilizada no mercado financeiro. Além disso, a comparação do EWMA a partir de retornos diários

proventos e desdobramentos, até o dia anterior ao que se quer realizar a operação. O último valor a compor a série é o preço médio entre o *bid* e o *ask* do momento avaliado. O valor do parâmetro de decaimento exponencial do modelo utilizado é 0,94, conforme sugerido, para dados diários, no manual de risco Riskmetrics™ (1996).

Com essas informações (volatilidades do ativo-objeto implícitas às opções calculadas com o *bid* e com o *ask* e a volatilidade EWMA do ativo subjacente), é realizada a análise de entrada ou não na operação. A estratégia é montada caso, simultaneamente, a) a volatilidade implícita de uma opção calculada com seu preço *ask* (*VIMPI*) seja pelo menos *X*% menor que a volatilidade EWMA estimada (*EWMA*) e; b) a volatilidade implícita de outra opção calculada com o seu preço *bid* (*VIMP2*) seja pelo menos *X*% maior que a volatilidade EWMA estimada¹⁹. Essa distância *X* é arbitrária. Portanto, para minimizar o viés de escolha dessa variável, o estudo foi feito com *X* assumindo os valores 20% a 50%, com intervalos de 5 pontos percentuais²⁰. Após a entrada na operação, continua-se a calcular a diferença entre *VIMP2* e *VIMPI*. Ela é utilizada como base para a operação ser encerrada²¹.

A partir daí, já se sabe quais opções serão negociadas porém, as quantidades envolvidas na estrutura ainda precisam ser estipuladas. Para isso calcula-se, pela fórmula de B-S, o delta e o gama das opções (tratando o preço do ativo-objeto como a média entre os preços *bid* e *ask* do momento específico e tratando a volatilidade do ativo-objeto como a volatilidade implícita do preço *ask* caso a opção seja comprada ou do preço *bid*, caso a opção seja vendida). As quantidades de opções são tais que o gama resultante da carteira seja igual a zero. Porém, apesar de zerar o gama, essas quantidades deixam um valor residual de delta. De forma a zerar o delta da estrutura, negocia-se também uma quantidade específica de ativo-objeto. A estratégia, portanto, possui a seguinte fórmula (para cada *call* *I* comprada):

$$C_1 + \left(\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \Delta_2 - \Delta_1 \right) S - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} C_2$$

com a volatilidade implícita é simples, uma vez que para se calcular a volatilidade para um período *t* basta multiplicar a volatilidade EWMA por \sqrt{t} . O EWMA utilizado neste trabalho é o padrão, com parâmetro de decaimento igual a 0,94.

¹⁹ A Volatilidade Implícita 1 (*VIMPI*) é calculada com o preço *ask* da opção, uma vez que ela será comprada, enquanto a Volatilidade implícita 2 (*VIMP2*) é calculada com o preço *bid* da opção, já que essa opção será vendida. A ordenação para a realização da estratégia é sempre *VIMPI* < *EWMA* < *VIMP2*.

²⁰ A distância utilizada entre as volatilidades para se entrar na operação não deve ser muito baixa, uma vez que o mercado já atribui volatilidades implícitas do ativo-objeto diferentes para opções de *strikes* diferentes para dirimir as distorções geradas pelas hipóteses do modelo de B-S. Desse modo, se a distância entre as volatilidades for pequena, há uma menor probabilidade de que os preços das opções realmente apresentem distorções.

²¹ Poderíamos também empregar a estratégia sem utilizar uma volatilidade “central” (neste estudo, a volatilidade EWMA), ou seja, utilizar a estratégia quando a distância entre as volatilidades implícitas fosse maior que um certo limite.

Todas as negociações realizadas são *day-trades*, ou seja, a abertura e o encerramento devem ocorrer sempre no mesmo dia. Desse modo, somente se houvesse uma volatilidade intradiária extremamente grande, haveria necessidade de rebalanceamento da carteira, uma vez que além do delta ser neutro, o gama também é zero.

A estratégia é encerrada em dois casos:

1) Caso ela traga resultado positivo, com a diferença entre *VIMP2* e *VIMPI* representando menos de dois terços da diferença calculada no momento da abertura da operação; ou

2) Caso o dia se encerre sem que o primeiro critério ocorra, a operação é finalizada às 16:55:00, último horário considerado neste estudo, independente do resultado.

Por fim, existem dois cenários para se calcular o lucro percentual da operação. Caso ela não exija margem de garantia (o investidor, portanto, necessariamente tem desembolso para abrir a operação), o lucro percentual é simplesmente o valor investido subtraído do valor recebido, dividido pelo valor investido, como em qualquer operação convencional. Por outro lado, caso a estrutura seja montada com entrada de caixa, ela exigirá margem de garantia do investidor, calculada tanto para as opções quanto para o ativo-objeto. Para as opções, a margem é igual a 100% do risco dos derivativos vendidos à descoberto²² e, para o ativo-objeto, a margem foi estipulada como 130% do montante vendido à descoberto²³. Nesse caso, consideramos que o investimento inicial é essa margem subtraída da entrada inicial de caixa. Portanto, o lucro percentual da estrutura é o ganho (valor recebido inicialmente menos o valor pago para se sair da operação) dividido pelo investimento inicial.

Para ilustrar o comportamento do investidor, considere o seguinte exemplo real. Às 14:50:00 do dia 01/10/2012, observou-se que a *call* de PETR4 com preço de exercício (*strike*) de R\$23,50 para o vencimento mais curto (Opção 1) tinha, pelo modelo B-S, uma volatilidade implícita de 27,47% (calculada com seu preço *ask*) enquanto que, simultaneamente, a *call* de preço de exercício R\$20,00 para o mesmo vencimento (Opção 2) tinha uma volatilidade implícita de 58,08% (calculada com seu preço *bid*). Como, nesse mesmo instante, a volatilidade EWMA do ativo-objeto foi estimada em 44,89%, o momento se mostrava ideal para a abertura da operação se considerarmos a distância entre as volatilidades (X , na nossa notação) igual a 20% ou 25%, já que a volatilidade implícita da opção

²² Por exemplo, considere uma estratégia montada comprando 100 opções de preço de exercício 10, vendendo em 300 opções de preço de exercício 12 e comprando 100 ativos-objetos. Nessa operação, para as 300 opções vendidas, 100 são cobertas com o ativo-objeto e 100 são cobertas com as opções compradas (já que essas opções têm o preço de exercício menor que o das opções vendidas). Com isso, o valor da margem neste caso é de: 100 (quantidade de opções vendidas à descoberto) x 12 (preço de exercício dessas opções) = R\$1.200.

²³ Margem de garantia exigida pela CBLC (Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia) para a estratégia durante período do estudo.

comprada é 39% menor que a volatilidade EWMA do ativo-objeto e a volatilidade implícida da opção vendida é 29% maior que a mesma volatilidade EWMA.

A diferença entre as volatilidades implícitas das duas opções é 30,61 pontos percentuais. Os valores de delta e de gama de ambas as opções foram calculados, para a montagem da estratégia, considerando a volatilidade implícita no preço do *ask* para a opção a ser comprada e a volatilidade implícita no *bid* para a opção a ser vendida. A partir daí, opera-se as quantidades exatas para que o gama da carteira fosse igual a zero, ou seja, compra-se 498 Opções 1 (pelo preço de R\$0,21 por contrato) e vende-se 1.754 Opções 2 (por R\$2,89 cada). Essas quantidades, apesar de zerarem o gama entre si, tornaram o delta da carteira negativo. Para zerar, também, o delta da estrutura, compra-se 1.400 PETR4 ao preço de R\$22,67. Dessa maneira, a carteira foi montada ao custo de R\$26.773, conforme a Tabela 1²⁴.

Tabela 1 – Exemplo da Estratégia Delta-Gama-Neutra com Opções da Petrobras PN (PETR4): Entrada na Posição Efetuada às 14:50 do dia 1 de Outubro de 2012

Hora	Ativo	Strike	Volatilidade	Preço	Quantidade
14:50:00	PETR4	-	44,89%	R\$ 22,67	1.400
14:50:00	OPÇÃO 1	R\$ 23,50	27,47%	R\$ 0,21	498
14:50:00	OPÇÃO 2	R\$ 20,00	58,08%	R\$ 2,89	-1.754

Posteriormente, às 16:45:00 do mesmo dia, a Opção 1 tinha o preço *bid* igual a R\$0,19, com volatilidade implícita de 28,64%, a Opção 2 tinha o *ask* em R\$2,71 com volatilidade implícita de 49,03%, enquanto a melhor oferta de compra da PETR4 era de R\$22,52. Assim, a distância entre as novas volatilidades implícitas era de 20,38 pontos percentuais, o que representa 66,57% da distância inicial, acusando uma possibilidade de encerramento da operação, conforme mostra a Tabela 2.

²⁴ Este estudo desconsidera os custos de corretagem por alguns motivos. Primeiro porque se empregarmos a estratégia como a utilizamos no experimento, ela seria realizada com o auxílio da mesa de operações de alguma corretora. Nesse caso é natural que haja uma negociação entre o investidor e o corretor para que este forneça preços não inviabilizem a operação (muitas vezes um percentual do lucro). Além disso, todas as operações deste trabalho são *day-trades*, cujo custo já é comumente mais baixo do que de operações que começam e terminam em dias diferentes.

TABELA 2 – Exemplo de Estratégia Delta-Gama-Neutra com Opções da Petrobras PN (PETR4): Encerramento da Posição às 16:45 do dia 1 de Outubro de 2012

Hora	Ativo	Strike	Volatilidade	Preço	Quantidade
16:45:00	PETR4	-	-	R\$ 22,52	1.400
16:45:00	OPÇÃO 1	R\$ 23,50	28,64%	R\$ 0,19	498
16:45:00	OPÇÃO 2	R\$ 20,00	49,02%	R\$ 2,71	-1.754

Com esses preços, o investidor recebeu R\$26.869, o que representa um lucro de R\$96, ou 0,36% do investimento inicial, em uma operação que durou uma hora e cinquenta e cinco minutos.

3 – Resultados

Como mencionado na seção anterior, a estratégia apenas é realizada caso as volatilidades implícitas de duas opções de mesmo vencimento estejam, simultaneamente, com uma distância maior que $X\%$ da volatilidade EWMA calculada para o ativo-objeto (uma superior e outra inferior). Como a medida X é arbitrária, consideramos diversos valores para essa variável. A seção de resultados é dividida em três partes, a primeira com resultados gerais, que consideram os diversos valores de X , a segunda com os detalhes da operação menos restritiva, ou seja, com a variável X assumindo o valor de 20%, e a terceira com uma simulação da estratégia com quantidades arredondadas. Ao utilizar as quantidades arredondadas, apesar do *hedge* se tornar imperfeito, a estrutura passa a ter as características exatas de uma operação real.

3.1 Resultados Gerais

A Tabela 3 apresenta resultados gerais para cada distância mínima entre as volatilidades para a realização da estratégia (X). Como se pode notar, há quase 15 vezes mais operações quando X é 20% (média de 3,23 operações por dia) do que quando X é 50%. A operação se mostrou bem sucedida independente do valor atribuído a X : o menor percentual de operações com lucro é 66%, mas a mediana de estratégias com lucro de todos os X s é 80%. As operações de saída de caixa são a ampla maioria, com uma mediana de 90% de operações para todos os X s.

Diferentemente do que poderia se esperar, o percentual de operações lucrativas não foi crescente com o aumento de X , ou seja, o investidor ser mais restritivo para a entrada na operação não significou ser mais preciso. Isso ocorre porque, em geral, para que as opções tenham uma volatilidade implícita tão distante da volatilidade EWMA, elas precisam ser muito pouco líquidas. Assim, ainda que o investidor entre na operação, ele pode ter mais dificuldade para sair dela, tendo que pagar um

preço ruim para tal. Como o estudo se baseia apenas em operações de *day-trade*, o investidor pode ter pouco tempo para zerar a operação sendo, no limite, obrigado a encerrá-la no fim do pregão, independente do resultado que se apresente.

Tabela 3 – Resultados para Estratégias Delta-Gama-Neutra por Distância Mínima entre as Volatilidades para a Realização da Estratégia (X) - Total de Operações, Percentual de Operações com Lucro, Média de Operações por Dia e Percentual de Operações com Saída de Caixa

X	Total de Operações	Percentual de Operações com lucro	Média de Operações por Dia	Percentual de Operações com Saída de Caixa
50%	15	80%	0,13	93%
45%	35	66%	0,30	80%
40%	63	79%	0,55	84%
35%	97	79%	0,84	89%
30%	152	81%	1,32	90%
25%	249	84%	2,17	90%
20%	371	85%	3,23	92%

Tabela 4 – Resultados das Estratégias Delta-Gama-Neutras com Saída de Caixa e com Entrada de Caixa por Distância Mínima entre as Volatilidades para a Realização da Estratégia (X) - Total de Operações e Percentual de Operações com Lucro

X	Operações com Saída de Caixa		Operações com Entrada de Caixa	
	Total de Operações	Percentual de Operações com lucro	Total de Operações	Percentual de Operações com lucro
50%	14	80%	1	100%
45%	28	66%	7	43%
40%	53	79%	10	60%
35%	86	79%	11	64%
30%	137	81%	15	60%
25%	225	84%	24	67%
20%	342	85%	29	72%

Ao se verificar o desempenho das operações separadamente, as estratégias compradas (com saída de caixa) aparentemente são mais bem sucedidas que as vendidas (com entrada de caixa). Entretanto, não se pode comprovar isso com o presente estudo, uma vez que existem muito poucas operações vendidas. Além disso, pode-se observar na Tabela 4 que a medida em que a restrição de

distância entre as volatilidades vai diminuindo (menores valores de X), o nível de sucesso das operações vendidas vai aumentando, até ficar próximo dos níveis de lucro atingidos pelas operações compradas.

3.2 Detalhes da Operação com Menor Restrição de Distância Mínima entre as Volatilidades (X igual a 20%)

Como observado na Seção 3.1, a operação apresentou resultados positivos independente do valor atribuído à restrição de distância mínima entre as volatilidades (variável X). Nessa seção, os detalhes dos resultados serão apresentados apenas para a distância de 20% entre as volatilidades implícitas e a volatilidade base (EWMA), simplesmente por ser a menos restritiva e, conseqüentemente, trazer um maior número de informações para análise.

Como se observa na Tabela 5, foram realizadas 371 operações de *day-trade* e 85% dessas estratégias foram lucrativas. Mais de 92% das estratégias foram realizadas com saída de caixa. O *ticket* médio²⁵ entre as operações (dada a disponibilidade máxima nos *books* das opções e do ativo-objeto), considerando o valor de abertura em módulo (portanto, independente da operação ter sido aberta com entrada ou com saída de caixa), foi de quase 81 mil reais.

O tempo médio de permanência na estratégia foi pouco menor que uma hora e treze minutos, variando entre o maior período de cinco horas e dez minutos, e o menor intervalo de tempo, de apenas cinco minutos. O resultado médio de todas as operações foi um lucro de 0,49%, enquanto a sua mediana foi de 0,32%. Para fins de comparação, o maior CDI diário no período de estudo foi 0,028% (ou seja, a média de lucro é mais de 1600% do maior CDI-over do período). O maior retorno da série foi de 7,67%, o maior prejuízo foi de 6,71% e o desvio-padrão dos retornos, que apresenta uma medida de risco da estratégia, foi de 1,08%.

²⁵ Nome usualmente utilizado no mercado financeiro para o valor médio gasto em cada operação.

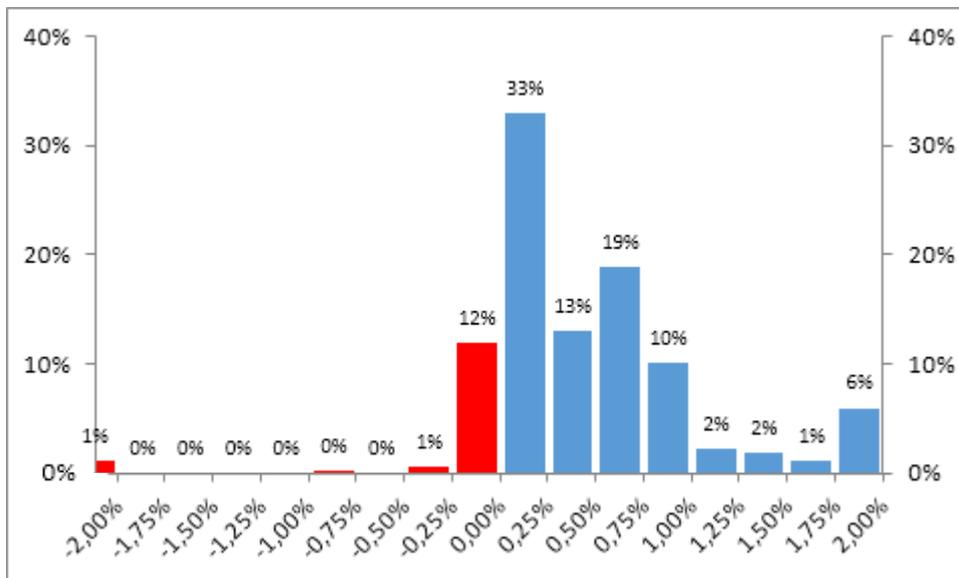
Tabela 5 – Estatísticas Descritivas dos Resultados

Estatísticas	
Quantidade de Operações	371
Operações Com Lucro	315 (85%)
Operações Com Prejuízo	56 (15%)
Operações Com Entrada de Caixa	29 (8%)
Operações Com Saída de Caixa	342 (92%)
Ticket Médio	R\$ 80.980
Tempo Médio de Operação	1:12:55
Tempo Máximo de Operação	5:10:00
Tempo Mínimo de Operação	0:05:00
Rentabilidade Média	0,49%
Mediana da Rentabilidade	0,32%
Retorno Máximo	7,67%
Retorno Mínimo	-6,71%
1º Quartil	0,07%
3º Quartil	0,68%
Desvio Padrão	1,08%

A Figura 3 apresenta o histograma dos resultados das operações. Pode-se observar que a cauda superior é mais grossa que a inferior, conforme já sugerido pela comparação entre a média e a mediana. Além disso, nota-se que existem muito mais *outliers* superiores à média (6% das observações trouxeram resultado superior a 2%) do que inferiores (apenas 1% das operações acusaram prejuízos superiores a 2%).

Outro ponto importante diz respeito à dispersão dos lucros e dos prejuízos. Enquanto a grande maioria dos prejuízos se concentra próxima ao retorno 0% (até 0,25% de rentabilidade negativa), os lucros estão mais distribuídos, sendo 33% das observações entre 0% e 0,25% de lucro, 32% delas entre 0,25% e 0,75% de lucro e outros 22% das observações com lucros superiores a 0,75%.

Figura 3 – Histograma dos Retornos das Estratégias Delta-Gama-Neutras - Distância Mínima entre as Volatilidades Implícitas e a Base = 20%



Nota: No eixo das abscissas se encontram as faixas de retornos das estratégias e no eixo das ordenadas o percentual de retornos em cada faixa

3.3 Simulação das Estratégias Delta-Gama-Neutras com as Quantidades Arredondadas para Valores Múltiplos de 100

Apesar de todos os resultados anteriores estarem baseados em valores estritamente reais de ofertas de compra e venda da PETR4 e suas opções, o fato de não arredondar as quantidades, com o intuito de manter o *hedge* perfeito (sem que a estrutura tenha qualquer resíduo de delta ou de gama), torna a operação viável apenas no campo teórico. Portanto, essa seção se dedica a apresentar uma variação realizada na metodologia para que a estrutura possa ser de fato posta em prática.

As quantidades das operações foram arredondadas para valores múltiplos de 100, já que esse valor é o lote padrão tanto para as opções quanto para o ativo subjacente. Porém, conforme evidenciado em Figlewski (1989), se o volume da operação for muito pequeno, a indivisibilidade dos ativos que compõem a carteira pode afetar de forma relevante a razão do *hedge*. Para tentar minimizar esse efeito considera-se, para as operações com quantidades arredondadas, apenas as estruturas que envolvam pelo menos R\$80 mil em sua abertura.

Os resultados obtidos mostram que, considerando esse corte na amostra, o fato de se arredondar as quantidades, tornando o *hedge* não exatamente perfeito, não implica em grande perda de qualidade nas operações. De acordo com a Tabela 6, foram realizadas 119 operações sendo 84% delas com lucro. O valor médio de cada operação foi maior que R\$207 mil. O tempo médio de duração

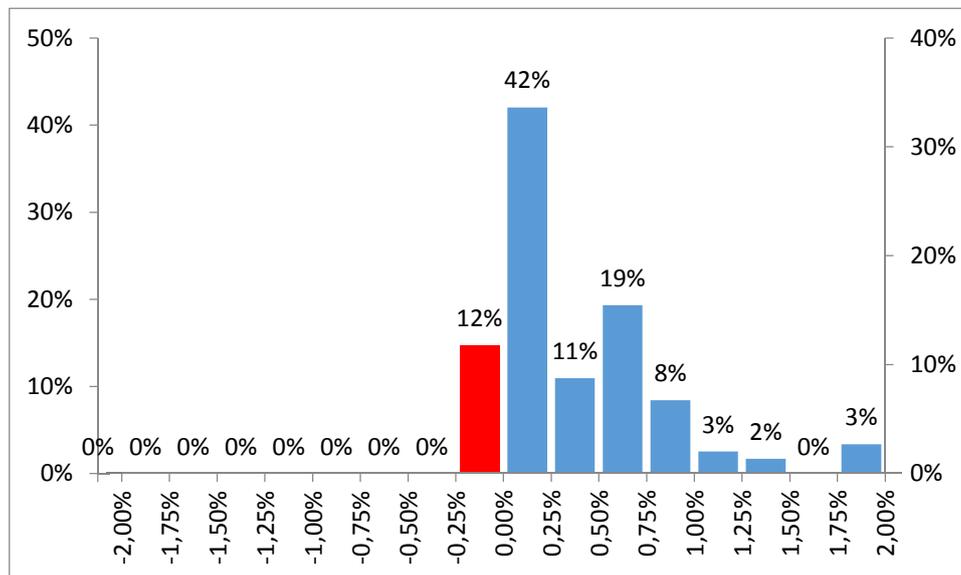
das operações foi pouco maior que uma hora e onze minutos, sendo a de menor duração com apenas 5 minutos e a mais longa com cinco horas e dez minutos. A rentabilidade média foi de 0,40%, com o maior lucro de 3,36% e o maior prejuízo de apenas 0,25%. O desvio-padrão dos retornos foi de 0,55%.

Tabela 6 - Estatísticas Descritivas dos Resultados da Estrutura com Quantidades Arredondadas

Estatísticas	
Quantidade de Operações	119
Operações Com Lucro	100 (84%)
Operações Com Prejuízo	19 (16%)
Ticket Médio	R\$ 207.089
Tempo Médio de Operação	1:11:16
Tempo Máximo de Operação	5:10:00
Tempo Mínimo de Operação	0:05:00
Rentabilidade Média	0,40%
Mediana da Rentabilidade	0,20%
Retorno Máximo	3,36%
Retorno Mínimo	-0,25%
1º Quartil	0,04%
3º Quartil	0,63%
Desvio Padrão	0,55%

O histograma que evidencia a dispersão dos retornos é apresentado na Figura 4. Assim como o histograma dos retornos com quantidades “quebradas”, o gráfico com as quantidades arredondadas também mostra assimetria positiva. Todos os prejuízos apresentados (12% do total de observações) estão entre -0,25% e 0% enquanto os lucros são muito mais diversificados: 42% das observações estão entre 0% e 0,25%, 30% delas estão entre 0,25% e 0,75% e 16% dos resultados positivos apresentam lucros superiores a 0,75%.

Figura 4 - Histograma dos Retornos das Estratégias Delta-Gama-Neutras com Quantidades Arredondadas para Múltiplos de 100 - Distância Mínima entre as Volatilidades Implícitas e a Base = 20%



Nota: No eixo das abscissas se encontram as faixas de retornos das estratégias e no eixo das ordenadas o percentual de retornos em cada faixa

4 – Considerações Finais

Este trabalho verifica se o mercado de opções de Petrobras é ou não eficiente em forma fraca por meio de estratégias Delta-Gama-Neutra. Utilizando apenas estratégias *day-trade* tenta-se lucrar ao se observar distorções nas volatilidades implícitas extraídas das opções, mantendo-se a proteção contra mudanças no ativo subjacente. Como o *hedge* no ativo é de 2ª ordem (além do delta, o gama da estratégia é neutro), não há necessidade de se rebalancear constantemente a carteira. O período utilizado no estudo é de 6 meses. Caso a estratégia seja sistematicamente ganhadora, a hipótese de eficiência pode ser rejeitada.

A fim de se simular a estratégia exatamente como ela seria empregada no mercado financeiro, construímos os livros de ofertas das opções e do ativo-objeto a cada cinco minutos. Para isso, utilizamos todas as ordens de compra e venda enviadas tanto para o ativo-objeto quanto para as opções no período de estudo e também todos os negócios efetivados.

Consideramos que as distorções das volatilidades implícitas extraídas das opções ocorrem quando elas distam mais de X% da volatilidade base. Utilizamos vários valores para X, variando de 20% (menos restritiva) até 50%. Os resultados para essas distâncias mínimas são semelhantes.

Nos aprofundamos nos resultados para a distância mínima de 20% já que, por ser um critério menos restritivo, possui um maior número de observações. Das 371 operações de *day-trade* efetivadas no período de estudo, o retorno médio foi de 0,49% – o que corresponde a 1600% do maior CDI-over do período. Essas transações possuem investimento médio de R\$81 mil e tempo médio de uma hora e treze minutos, De todas as operações, 85% foram lucrativas.

Realizamos também outro teste considerando apenas as operações que envolviam pelo menos R\$80 mil reais em sua abertura. Utilizamos essa restrição para que se torne possível arredondar as quantidades negociadas para múltiplos de 100, já que esse valor é o lote padrão tanto para as opções quanto para o ativo subjacente. Dessa maneira, o experimento fica ainda mais realista. Com o arredondamento, a estrutura deixa de ser um *hedge* perfeito no ativo-objeto. Os resultados encontrados corroboraram com as conclusões anteriores uma vez que mantiveram um alto grau de retornos positivos, ainda que com um lucro médio um pouco menor (0,40%). Desse modo, concluímos que há evidências de que o mercado de opções de Petrobras não é eficiente, uma vez que foi possível auferir lucro sistemático com a estratégia delta-gama-neutra.

Referências

- Barbedo, C. e Lemgruber, E. 2008. “The effect of bid–ask prices on Brazilian options implied volatility: a case study of telemar call options” *Journal of Emerging Markets*, 13, p.p. 18-27.
- Black, F. 1975. “Fact and Fantasy in the use of Options”. *Financial Analysis Journal*, 31, 36-41 e 61-72.
- Black, F. 1976. “The pricing of commodity contracts”. *Journal of Financial Economics*, 3, 167-179.
- Black, F. & Scholes, M. 1973. “The pricing of options and corporate liabilities”. *Journal of Political Economy*, 81 (3): 637-59.
- Derman, R. & Kani, I. 1994. “Riding On a Smile”. *Risk*, 7, 32-39.
- Duan, J. 1996. “Cracking The Smile”. *Risk*, 9, 55-59.
- Ederington L. & Guan W. 2000. “Why Are Those Options Smiling?”. *The Journal of Derivatives* 10(2).
- Fama, E. 1970. “Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work”, *Journal of Finance*, 25, pp. 383-417.
- Fuchs A. e Lemgruber E. 2001. “Estratégias de Investimento em Posições Delta-Neutras: Uma Análise Baseada na Auto-Correlação Temporal”. Dissertação de Mestrado do Coppead/UFRJ.
- Figlewski S. 1989. “Options Arbitrage in Imperfect Markets”. *Journal of Finance*, 44, 1289-1311.
- Gabaix, X. 2012. “An exactly solved framework for ten puzzles in macrofinance”. *Quarterly Journal of Economics* 127, 645-700.
- Gourio, F. 2012. “Disaster risk and business cycles”. *American Economic Review* 102, 2734 - 2766.
- Gutelkin, B., R. Rogalski, & S. Tinic. 1982. “Option Pricing Option Estimates: Some Empirical Results”. *Financial Management*, 11, 58-69.
- Raju S. 2012. “Delta Gamma Hedging and the Black-Scholes Partial Differential Equation”. *Journal of Economics and Finance Education*, Volume 11, Number 2
- Riskmetrics™. 1996. “Technical Document”, 4rd, J.P. Morgan.
- Rubinstein, M. 1985. “Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Models Using All Reported Trades and Quotes on the 30 most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 through August 31, 1978”. *Journal of Finance*, 40, 455-480.
- Rubinstein, M. 1994. “Implied Binomial Trees”, *The Journal of Finance* 49, 771-818.
- Seo, S. , & Wachter, J. 2015. “Option prices in a model with stochastic disaster risk”. No. w19611. National Bureau of Economic Research.
- Sheik, A. 1991 “Transaction Data Tests of S&P 100 Call Option Pricing”. *Journal of Financial Quantitative Analysis*, 26, 459-475.

- Whaley, R. 1982. "Valuation of American Call Options on Dividend-Paying Stocks". *Journal of Financial Economics*, 10, 29-58.
- Wachter, A. 2013. "Can time-varying risk of rare disasters explain aggregate stock market volatility?", *The Journal of Finance* 68, 987-1035.